

Biguadratische Gleichungen:

Aufgabe 1

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

Lösung

Substitution: $z = x^2$

$$\Leftrightarrow z^2 - 13z + 36 = 0$$

pq-Formel mit $p = -13$; $q = 36$

$$z_{1,2} = \frac{13}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{13}{2}\right)^2 - 36} = \frac{13}{2} \pm \frac{5}{2}$$

$$z_1 = 9$$

$$z_2 = 4$$

Rücksubstitution: $x = \sqrt{z}$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{9}$$

$$x_{3,4} = \pm \sqrt{4}$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = -3$$

$$x_3 = 2$$

$$x_4 = -2$$

Aufgabe 2

$$x^4 - x^2 - 2 = 0$$

Lösung

Substitution: $z = x^2$

$$\Leftrightarrow z^2 - z - 2 = 0$$

pq-Formel mit $p = -1$; $q = -2$

$$z_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - (-2)} = \frac{1}{2} \pm \frac{3}{2}$$

$$z_1 = 2$$

$$z_2 = -1$$

Rücksubstitution: $x = \sqrt{z}$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{2}$$

$$x_{3,4} = \pm \sqrt{-1}$$



$$x_1 = \sqrt{2}$$

$$x_2 = -\sqrt{2}$$

Aufgabe 3

$$3x^4 + 6x^2 + 15 = 0$$

Lösung

$$3x^4 + 6x^2 + 15 = 0 \quad | :3$$

$$x^4 + 2x^2 + 5 = 0$$

Substitution: $z = x^2$

$$\Leftrightarrow z^2 + 2z + 5 = 0$$

pq-Formel mit $p = 2$; $q = 5$

$$z_{1,2} = -\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{2}{2}\right)^2 - 5} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{-4} \quad \text{⚡}$$

Die Gleichung besitzt keine Lösung

Aufgabe 4

$$x^4 + 3x^2 + 2 = 0$$

Lösung

$$x^4 + 3x^2 + 2 = 0 \quad | :3$$

Substitution: $z = x^2$

$$\Rightarrow z^2 + 3z + 2 = 0$$

pq-Formel mit $p = 3$; $q = 2$

$$z_{1,2} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 2} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$z_1 = -1$$

$$z_2 = -2$$

Rücksubstitution: $x = \sqrt{z}$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{-1} \quad \text{⚡}$$

$$x_{3,4} = \pm \sqrt{-2} \quad \text{⚡}$$

Die Gleichung besitzt keine Lösung