Sinusfunktionen ohne Verschiebung in y-Achsen-Richtung

$f(x) = a \cdot \sin(bx - c)$

Nullstellenberechnung: $bx_k + c = k \cdot \pi$ mit $k \in \mathbb{Z}$

Aufgabe 1

$f(x) = \sin(x)$

Lösung

$x_k = k \cdot \pi$

$N_k(k \cdot \pi \mid 0)$

Aufgabe 2

$f(x) = \sin(4x)$

Lösung

$4x_k = k \cdot \pi$

$x_k = \frac{k\pi}{4}$

$N_k(\frac{k\pi}{4} \mid 0)$

Aufgabe 3

$f(x) = 5 \cdot \sin(3x+2)$

Lösung

$3x_k + 2 = k \cdot \pi$

$x_k = \frac{k\pi - 2}{3}$

$N_k(\frac{k\pi-2}{3} \mid 0)$

Sinusfunktionen mit Verschiebung in y-Achsen-Richtung

$$f(x) = a \cdot \sin(bx - c) + d$$

Aufgabe 4

$$f(x) = \sin(x) + \frac{1}{2}$$

Lösung

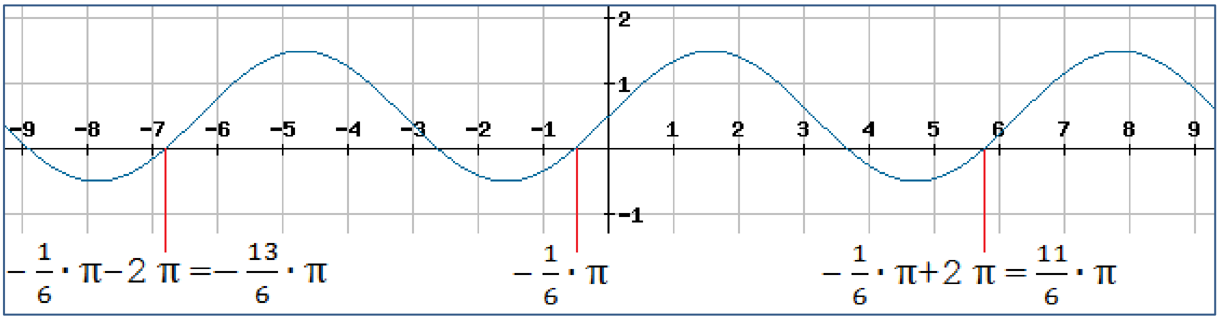
<u>Berechnung einer Nullstelle durch f(x) = 0</u>

$$0 = \sin(x) + \frac{1}{2} \qquad | -\frac{1}{2} \qquad | \arcsin$$

$$x_0 = \arcsin(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{6} \cdot \pi$$ (=> „Aufwärts"-Nullstelle)

<u>Berechnung der anderen „Aufwärts"-Nullstellen</u>

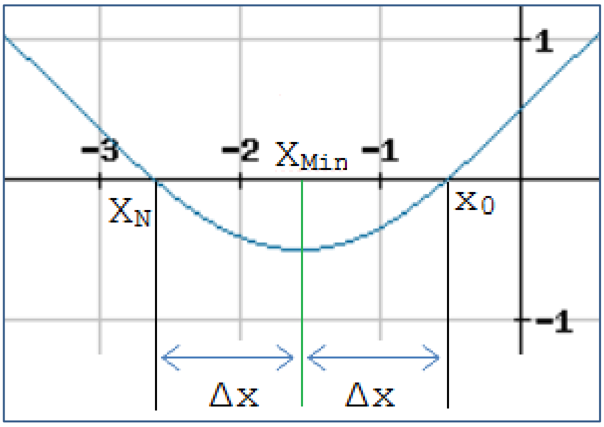
Periodenlänge: 2 π => $\boxed{x_k = -\frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi \quad \text{mit } k \in \mathbb{Z}}$



<u>Berechnung einer„Abwärts"-Nullstelle</u>

Symmetrie-Überlegung: Die „Abwärts"-Nullstelle muss den gleichen Abstand Δx zum Minimum haben wie die „Aufwärts"-Nullstelle:

Bestimmung der Minima:



$$f'(x) = \cos(x) = 0$$

$$\Rightarrow x_{Min(k)} = \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi$$

$$\Rightarrow x_{Min(k=-1)} = \frac{\pi}{2} - 1 \cdot \pi = -\frac{\pi}{2}$$

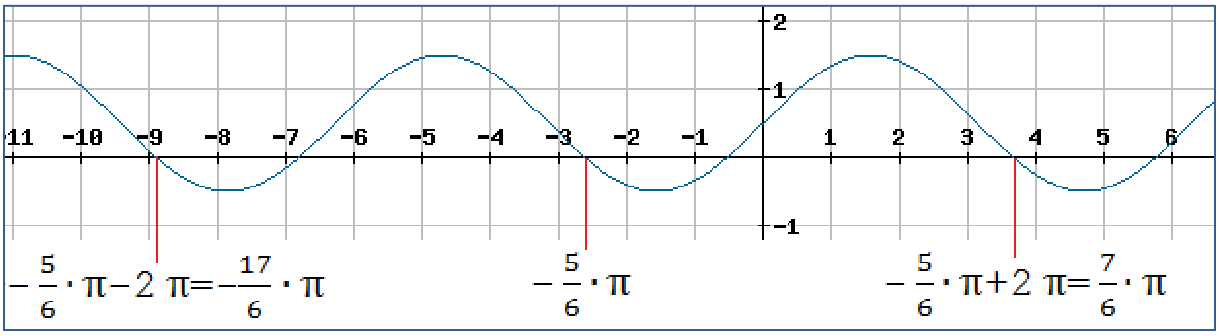
Bestimmung des Abstands Minimum ⇔ Nullstelle x_0:

$$\Delta x = x_{Min(k=-1)} - x_0 = -\frac{\pi}{6} - (-\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{3}$$

=> „Abwärts"-Nullstelle $x_N = x_{Min(k=-1)} - \Delta x = -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = -\frac{5}{6} \cdot \pi$

<u>Berechnung der anderen „Abwärts"-Nullstellen</u>

Periodenlänge: 2 π => $x_k = -\frac{5}{6}\cdot\pi + k\cdot 2\pi$ mit $k \in \mathbb{Z}$



Cosinusfunktionen ohne Verschiebung in y-Achsen-Richtung

$f(x) = a \cdot \cos(bx - c)$

Nullstellenberechnung: $bx_k + c = \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi$ mit $k \in \mathbb{Z}$

Aufgabe 5

$f(x) = \cos(x)$

Lösung

$x_k = \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi$

$N_k\left(\frac{\pi}{2} + k \cdot \pi \mid 0\right)$

Aufgabe 6

$f(x) = \cos(3x)$

Lösung

$3x_k = \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi$

$x_k = \frac{1}{3}\left(\frac{\pi}{2} + k \cdot \pi\right)$

$N_k\left(\frac{1}{3}\left(\frac{\pi}{2} + k \cdot \pi\right) \mid 0\right)$

Aufgabe 7

$f(x) = 2 \cdot \cos(2x + 6)$

Lösung

$2x_k + 6 = \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi$

$x_k = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} + k \cdot \pi - 6\right)$

$N_k\left(\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} + k \cdot \pi - 6\right) \mid 0\right)$

Cosinusfunktionen mit Verschiebung in y-Achsen-Richtung

$$f(x) = a \cdot \cos(bx - c) + d$$

Aufgabe 8

$$f(x) = \cos(x) + \frac{1}{2}$$

Lösung

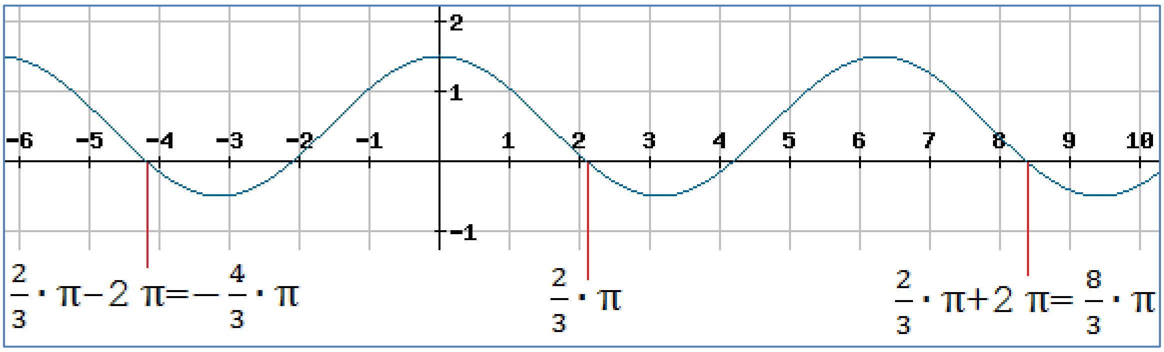
Berechnung einer Nullstelle durch f(x) = 0

$$0 = \cos(x) + \frac{1}{2} \qquad | -\frac{1}{2} \qquad | \arccos$$

$x_0 = \arccos(-\frac{1}{2}) = \frac{2}{3} \cdot \pi$ (=> „Abwärts"-Nullstelle)

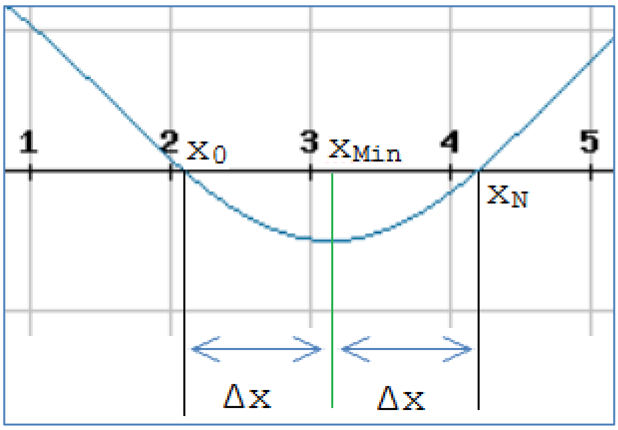
Berechnung der anderen „Abwärts"-Nullstellen

Periodenlänge: 2 π => $\boxed{x_k = \frac{2}{3} \cdot \pi + k \cdot 2\pi \quad \text{mit } k \in \mathbb{Z}}$



Berechnung einer„Aufwärts"-Nullstelle

Symmetrie-Überlegung: Die „Aufwärts"-Nullstelle muss den gleichen Abstand Δx zum Minimum haben wie die „Abwärts"-Nullstelle:



Bestimmung der Minima:

$$f'(x) = -\sin(x) = 0$$

$$\Rightarrow x_{Min(k)} = k \cdot \pi$$

$$\Rightarrow x_{Min(k=1)} = 1 \cdot \pi = \pi$$

Bestimmung des Abstands Minimum ⇔ Nullstelle x_0:

$$\Delta x = x_{Min(k=1)} - x_0 = \pi - \frac{2}{3} \cdot \pi = \frac{\pi}{3}$$

=> „Aufwärts"-Nullstelle $x_N = x_{Min(k=1)} + \Delta x = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4}{3} \cdot \pi$

Berechnung der anderen „Aufwärts"-Nullstellen

Periodenlänge: 2π => $\boxed{x_k = \frac{4}{3} \cdot \pi + k \cdot 2\pi \quad \text{mit } k \in \mathbb{Z}}$