Polstelle vs. hebbare Definitionslücke:

Gebrochen-rationale Funktionen: $f(x) = \frac{N(x)}{Z(x)}$

Kriterium Polstelle:	$N(x_0) = 0$ und $Z(x_0) \neq 0$
Kriterium Hebbare Definitionslücke:	$N(x_0) = 0$ und $Z(x_0) = 0$

Aufgabe 1

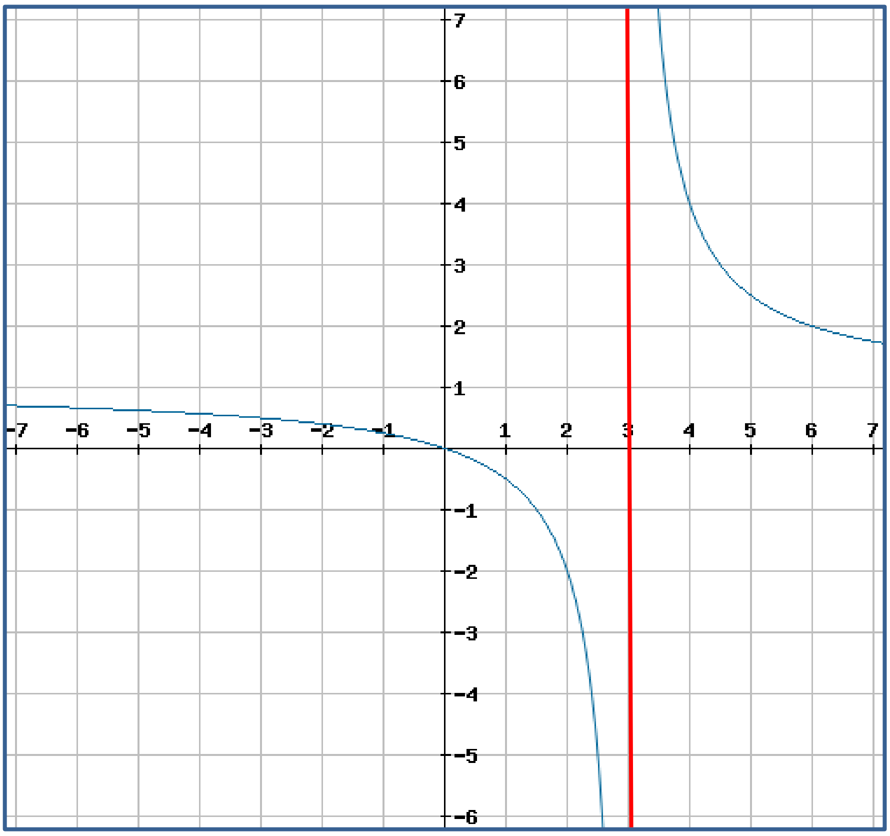
$$f(x) = \frac{x}{x-3}$$

Lösung

Nullstellen Zähler: $x_{Z_1} = 0$

Nullstellen Nenner: $x_{N_1} = 3$

Polstelle mit VZW bei X = 3



Aufgabe 2

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2+x-2}$$

Lösung

Nullstellen Zähler: $x_{Z_1} = -3$

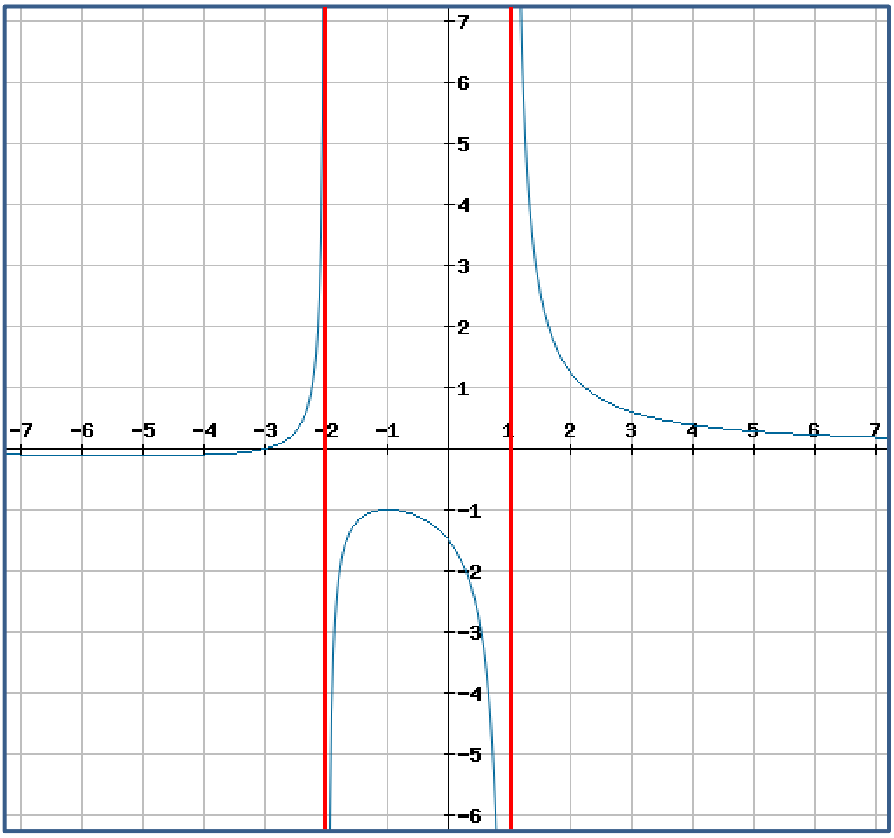
Nullstellen Nenner: $x_{N_1} = \ \ 1$

(Berechnung über pq-Formel) $x_{N_2} = -2$

$$\Rightarrow \quad f(x) = \frac{x+3}{(x-1)\cdot(x+2)}$$

Polstelle mit VZW bei X = 1

Polstelle mit VZW bei X = -2



Aufgabe 3

$$f(x) = \frac{x^2-2x-3}{x+1}$$

Lösung

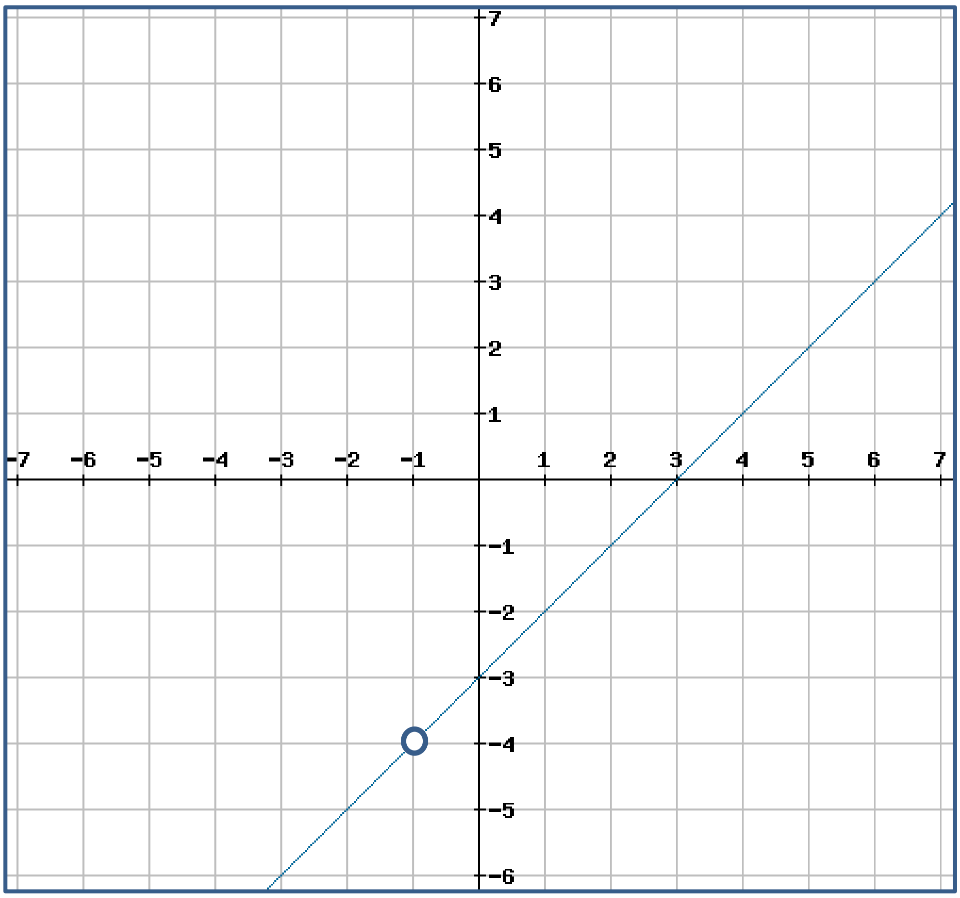
Nullstellen Zähler: $x_{Z_1} = -1$

(Berechnung über pq-Formel) $x_{Z_2} = 3$

Nullstellen Nenner: $x_{N_1} = -1$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{\cancel{(x+1)} \cdot (x-3)}{\cancel{(x+1)}} = x-3$$

Hebbare Definitionslücke bei X = -1



Aufgabe 4

$$f(x) = \frac{(x-2)}{x^2-5x+6}$$

Lösung

Nullstellen Zähler: $x_{Z_1} = 2$

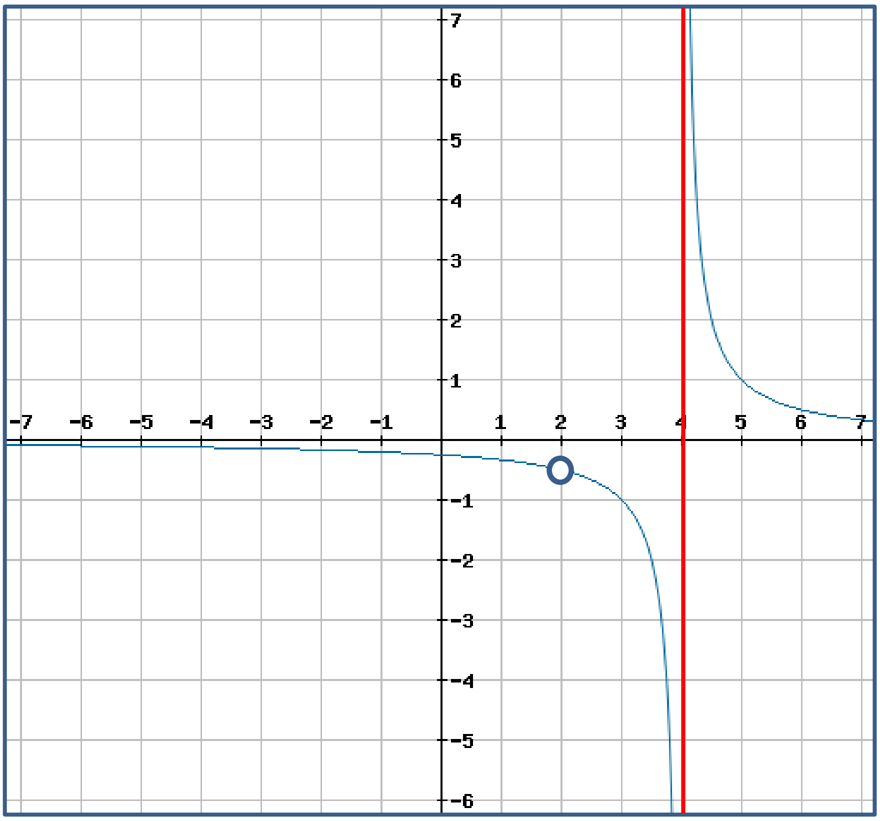
Nullstellen Nenner: $x_{N_1} = 2$

(Berechnung über pq-Formel) $x_{N_1} = 4$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}\cdot(x-4)} = \frac{1}{(x-4)}$$

Polstelle mit VZW bei X = 4

Hebbare Definitionslücke bei X = 2



Aufgabe 5

$$f(x) = \frac{x^3-2x^2-5x+6}{x^2-2x+1}$$

Lösung

Nullstellen Zähler: $x_{Z_1} = 1$

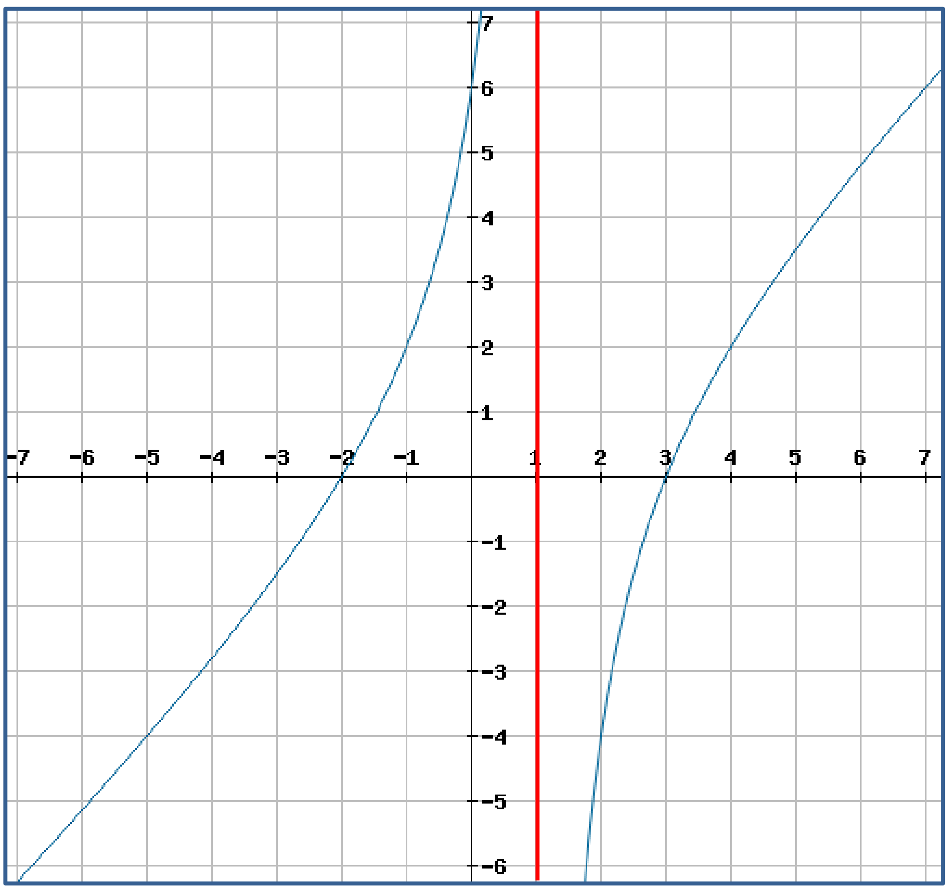
(Berechnung über Polynomdivision) $x_{Z_2} = -2$

$x_{Z_3} = 3$

Nullstellen Nenner: $x_{N_1} = x_{N_2} = 1$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{\cancel{(x-1)}\cdot(x+2)\cdot(x-3)}{\cancel{(x-1)}\cdot(x-1)} = \frac{(x+2)\cdot(x-3)}{(x-1)}$$

$\boxed{\text{Polstelle mit VZW bei X = 1}}$



Aufgabe 6

$$f(x) = \frac{x^2-2x-3}{x^4-8x^3+18x^2-27}$$

Lösung

Nullstellen Zähler: $x_{Z_1} = \ 3$

(Berechnung über pq-Formel) $x_{Z_2} = -1$

Nullstellen Nenner: $x_{N_1} = x_{N_2} = x_{N_3} = 3$

(Berechnung über 2-fache Polynomdivision) $x_{N_4} = -1$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{\cancel{(x-3)}\cdot\cancel{(x+1)}}{\cancel{(x-3)}\cdot(x-3)\cdot(x-3)\cdot\cancel{(x+1)}} = \frac{1}{(x-3)\cdot(x-3)}$$

Polstelle ohne VZW bei X = 3

Hebbare Definitionslücke bei X = -1