

edoceralph

Produktregel:

$$f(x) = u(x) \cdot v(x)$$

$$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

Aufgabe 1

$$f(x) = x^2 \cdot \sin(3x)$$

Lösung

$$u(x) = x^2 \qquad u'(x) = 2x$$

$$v(x) = \sin(3x) \qquad v'(x) = 3\cos(3x)$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2x \cdot \sin(3x) + x^2 \cdot 3\cos(3x)$$

Aufgabe 2

$$f(x) = x^3 \cdot e^x$$

Lösung

$$u(x) = x^3 \qquad u'(x) = 3x^2$$

$$v(x) = e^x \qquad v'(x) = e^x$$

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 \cdot e^x + x^3 \cdot e^x = e^x \cdot (3x^2 + x^3)$$

Aufgabe 3

$$f(x) = x \cdot \ln(x)$$

Lösung

$$u(x) = x \qquad u'(x) = 1$$

$$v(x) = \ln(x) \qquad v'(x) = \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow f'(x) = 1 \cdot \ln(x) + x \cdot \frac{1}{x} = \ln(x) + 1$$

Aufgabe 4

$$f(x) = e^{2x} \cdot \cos(3x)$$

Lösung

$$u(x) = e^{2x} \quad u'(x) = 2e^{2x}$$

$$v(x) = \cos(3x) \quad v'(x) = -3 \sin(3x)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow f'(x) &= 2e^{2x} \cdot \cos(3x) + e^{2x} \cdot (-3 \sin(3x)) \\ &= e^{2x} \cdot (2\cos(3x) - 3\sin(3x)) \end{aligned}$$

Aufgabe 5

$$f(x) = (4x-2) \cdot e^x$$

Lösung

$$u(x) = (4x-2) \quad u'(x) = 4$$

$$v(x) = e^x \quad v'(x) = e^x$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow f'(x) &= 4 \cdot e^x + (4x-2) \cdot e^x \\ &= e^x \cdot (4x+2) \end{aligned}$$

Aufgabe 6

$$f(x) = (x^3+4x-6) \cdot (2x^2-x+6)$$

Lösung

$$u(x) = (x^3+4x-6) \quad u'(x) = (3x^2+4)$$

$$v(x) = (2x^2-x+6) \quad v'(x) = (4x-1)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow f'(x) &= (3x^2+4) \cdot (2x^2-x+6) + (x^3+4x-6) \cdot (4x-1) \\ &= 6x^4-3x^3+26x^2-4x+24 + 4x^4-x^3+16x^2-28x+6 \\ &= 10x^4-4x^3+42x^2-32x+30 \end{aligned}$$

Aufgabe 7

$$f(x) = (x^2+1) \cdot (x-2)$$

Lösung

$$u(x) = (x^2+1) \quad u'(x) = 2x$$

$$v(x) = (x-2) \quad v'(x) = 1$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow f'(x) &= 2x \cdot (x-2) + (x^2+1) \cdot 1 \\ &= 2x^2 - 4x + x^2 + 1 \\ &= 3x^2 - 4x + 1 \end{aligned}$$

Aufgabe 8

$$f(x) = \sin(x) \cdot \cos(x)$$

Lösung

$$u(x) = \sin(x) \quad u'(x) = \cos(x)$$

$$v(x) = \cos(x) \quad v'(x) = -\sin(x)$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \cos(x) \cdot \cos(x) + \sin(x) \cdot (-\sin(x)) \\ &= \cos^2(x) - \sin^2(x) \end{aligned}$$