Aufgabe 1

Ein Schnelltest fällt zu 99% positiv aus, wenn ein Mensch von der Krankheit Tovanus befallen ist. Ist ein Mensch nicht infiziert, fällt der Test trotzdem zu 5% positives aus. Im Durchschnitt sind 20% der Bevölkerung mit Tovanus infiziert.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Schnelltest negativ ausfällt ?
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Test negativ ausfällt, obwohl der Mensch infiziert ist ?
c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Mensch infiziert ist, falls sein Test negativ ausgefallen ist ?

Definition der Ereignisse:

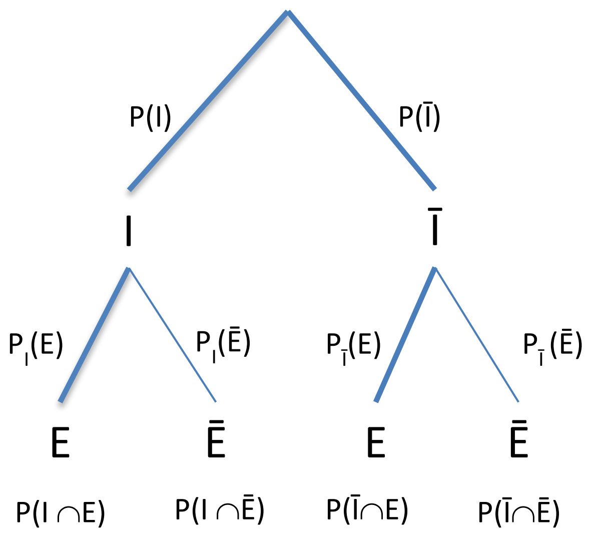
I := Mensch ist infiziert

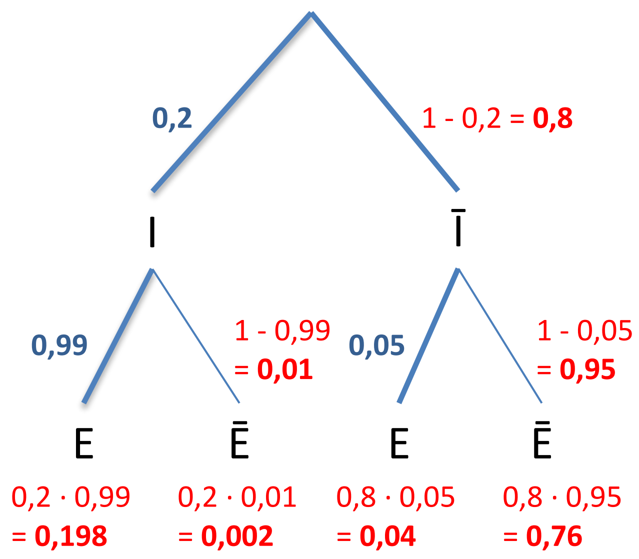
E :=Ergebnis des Schnelltests ist positiv

Lösung über Baumdiagramm

Blaue Werte ergeben sich direkt aus der Aufgabenstellung

Rote Werte wurden wie angegeben errechnet





a) Gesucht ist $P(\bar{E})$
Lösung über Satz der totalen Wahrscheinlichkeit
=> die Wahrscheinlichkeiten aller Zweige welche mit $\bar{E}$ enden müssen addiert werden

=> $\mathbf{P(\bar{E}) = P(I \cap \bar{E}) + P(\bar{I} \cap \bar{E}) = 0{,}002 + 0{,}76 = 0{,}762}$

b) Gesucht ist $P_I(\bar{E})$
Lösung kann direkt dem Baum entnommen werden

=> $\mathbf{P_I(\bar{E}) = 0{,}01}$

c) Gesucht ist $P_{\bar{E}}(I)$
Lösung über Satz von Bayes : $P_{\bar{E}}(I) = \frac{P(I \cap \bar{E})}{P(\bar{E})}$

=> $\mathbf{P_{\bar{E}}(I) = \frac{0{,}002}{0{,}762} = 0{,}00262}$

Lösung über Vierfeldertafel

Blaue Werte ergeben sich direkt aus der Aufgabenstellung

Grüne Werte ergeben sich indirekt aus der Aufgabenstellung und wurden wie angegeben errechnet

Rote Werte wurden wie angegeben errechnet

	E	$\bar{E}$	
I	0,2 · 0,99 = **0,198**	0,2 - 0,198 = **0,002**	**0,2**
$\bar{I}$	0,8 · 0,05 = **0,04**	0,8 - 0,04 = **0,76**	1 - 0,2 = **0,8**
	0,198 + 0,04 = **0,248**	0,002 + 0,76 = **0,762**	**1**

a) Gesucht ist $P(\bar{E})$
kann direkt der Vierfeldertafel entnommen werden

=> $\mathbf{P(\bar{E}) = 0{,}762}$

b) Gesucht ist $P_I(\bar{E})$
Lösung über Satz von Bayes : $P_I(\bar{E}) = \frac{P(I \cap \bar{E})}{P(I)}$

=> $\mathbf{P_I(\bar{E}) = \frac{0{,}002}{0{,}2} = 0{,}01}$

c) Gesucht ist $P_{\bar{E}}(I)$
Lösung über Satz von Bayes : $P_{\bar{E}}(I) = \frac{P(I \cap \bar{E})}{P(\bar{E})}$

=> $\mathbf{P_{\bar{E}}(I) = \frac{0{,}002}{0{,}762} = 0{,}00262}$