edoceralph

Kombinatorik: k-Kombination:

k-Kombination ohne Wiederholung: $K_{(oW)} = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$

k-Kombination mit Wiederholung: $K_{(mW)} = \binom{n+k-1}{k}$

Aufgabe 1

Auf einem Nachtisch-Buffet stehen 6 verschiedene Nachtische zur Auswahl. Ralph hat noch genug Hunger für vier Nachtische. Wie viele Möglichkeiten gibt es für Ralph möglichst viele verschiedene Nachtische zu essen ?

k-Kombination ohne Wiederholung (es sollen ja möglichst viele verschiedene sein):

n = 6, k = 4 => $K(oW) = \binom{n}{k} = \binom{6}{4} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = \frac{6!}{4! \cdot (6-4)!} = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = 15$

Aufgabe 2

Bei einer Mini-Lotterie liegen 10 durchnummerierte Kugeln in einer Urne ? Wie viele Stichproben gibt es wenn 4 Kugeln **ohne** zurücklegen gezogen werden

k-Kombination ohne Wiederholung:

n = 10, k = 4 => $K(oW) = \binom{n}{k} = \binom{10}{4} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = \frac{10!}{4! \cdot (10-4)!} = \frac{10!}{4! \cdot 6!} = 210$

Aufgabe 3

In einer Urne befinden sich sechs verschiedenfarbige Kugeln. Es sollen drei Kugeln mit Zurücklegen (= mit Wiederholung) und ohne Beachtung der Reihenfolge gezogen werden. Wie viele Möglichkeiten gibt es?

k-Kombination mit Wiederholung:

n = 6, k = 3 => $K_{(mW)} = \binom{n+k-1}{k} = \binom{6+3-1}{3} = \binom{8}{3} = 56$

Aufgabe 4

Ein Mathekurs besteht aus 8 Jungen und 6 Mädchen. Auf wie viele Arten kann man aus ihnen 4 Schüler auswählen ?

k-Kombination ohne Wiederholung:

n = 14, k = 4 => $K(oW) = \binom{n}{k} = \binom{14}{4} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = \frac{14!}{4! \cdot (14-4)!} = \frac{14!}{4! \cdot 10!} = 1001$

Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn unter den 4 Personen genau ein Mädchen sein soll?

Für das eine Mädchen gibt es 6 Möglichkeiten. Von den 8 Jungen müssen noch 3 ausgewählt werden:

$\binom{6}{1} \cdot \binom{8}{3} = 336$

Aufgabe 5

Ein Abiturient muss in der Abiturprüfung Klausur 10 von 12 Aufgaben lösen um eine zweistellige Punktzahl zu erreichen. Wie viele Auswahlmöglichkeiten hat er ?

k-Kombination ohne Wiederholung:

n = 12, k = 10 => $K(oW) = \binom{n}{k} = \binom{12}{10} = 66$

Wie viele Auswahlmöglichkeiten hat er wenn er die ersten beiden Aufgaben lösen muss ?

$$\binom{2}{2} \cdot \binom{10}{8} = 45$$

Wie viele Auswahlmöglichkeiten hat er wenn er genau 2 der ersten 4 Aufgaben lösen muss?

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{8}{8} = 6$$

Aufgabe 6

Thomas kann 10 Liter Saft auf einmal aus dem Keller holen. Dort existieren 4 verschiedene Saftsorten. Wie viele Saft-Kombinationen kann Thomas hochholen ?

k-Kombination mit Wiederholung:

n = 10, k = 4 => $K_{(mW)} = \binom{n+k-1}{k} = \binom{10+4-1}{4} = \binom{13}{4} = 715$

Aufgabe 7

Berechne die Anzahl der Möglichkeiten 15 WM-Bilder unter 3 Kinder so aufzuteilen, dass jedes Kind die gleiche Anzahl Bilder erhält

k-Kombination ohne Wiederholung:

Jedes Kind erhält 5 Bilder => $\binom{15}{5} \cdot \binom{10}{5} \cdot \binom{5}{5} = 756.756$

Aufgabe 8

Eine Gruppe von 20 Personen feiert gemeinsam Silvester. Wie oft hört man Gläser klingen wenn jeder mit jedem anstößt ?

k-Kombination ohne Wiederholung:

Jedes Kind erhält 5 Bilder => $\binom{20}{2} = 190$

Aufgabe 9

Auf wie viele Arten kann man aus 16 Schülern 2 auswählen um gegeneinander Schach zu spielen ?

k-Kombination ohne Wiederholung:

=> $\binom{16}{2} = 120$

Aufgabe 10

14 Abiturienten sind in der Abiturprüfung durchgefallen und müssen nun das letzte Schuljahr wiederholen. Die dafür vorgesehenen Mathekurse können jeweils noch 3, 5 bzw. 6 Schüler aufnehmen. Wie viele Varianten gibt es für die Verteilung der 14 Schüler ?

k-Kombination ohne Wiederholung:

=> $\binom{14}{3} \cdot \binom{11}{5} \cdot \binom{6}{6} = 168.168$

Aufgabe 11

Markus besitzt 3 Rennmäuse. Wenn jemand den Raum betritt, verstecken diese sich in 5 möglichen Löchern. Hierbei können sich auch mehrere Mäuse im gleichen Loch verstecken können, die Reihenfolge der Mäuse im Loch ist natürlich irrelevant. Wie viele Verteilungsmöglichkeiten gibt es ?

k-Kombination mit Wiederholung:

n = 5, k = 3 => $K_{(mW)} = \binom{n+k-1}{k} = \binom{5+3-1}{3} = \binom{7}{3} = 35$

Aufgabe 12

Eine Gruppe von 6 Kursteilnehmern kommt zu spät zum Kurs. In der einen Ecke sind noch 4 Plätze frei, in einer anderen Ecke sind noch 2 Plätze frei. Auf wie viele Arten können sich die 6 Kursteilnehmern auf die zwei freien Ecken aufteilen ?

k-Kombination ohne Wiederholung:

=> $\binom{6}{4} \cdot \binom{2}{2} = \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{4} = 15$

Aufgabe 13

Auf wie viele Arten kann man aus 6 Jungen und 7 Mädchen einen Ausschuss zusammenstellen, welcher aus 3 Jungen und 4 Mädchen besteht ?

k-Kombination ohne Wiederholung:

=> $\binom{6}{3} \cdot \binom{7}{4} = 700$

Aufgabe 14

Ein Byte besteht aus 8 Bits. Wie viele verschiedenen Zahlen kann ein Byte darstellen wenn genau 4 Bits mit „1“ belegt sind ?

k-Kombination ohne Wiederholung:

=> $\binom{8}{4} = 70$

Aufgabe 15

Um die Abiturprüfung mit mindestens 5 Punkten zu bestehen muss ein Abiturient mindesten die Hälfte aller Punkte erzielen. Paul ist optimistisch/naiv und geht davon aus, dass die von ihm bearbeiteten Aufgaben zu 100% richtig sind und dass alle Aufgaben die gleiche max. Punktzahl besitzen. Wie viele Auswahlmöglichkeiten der zu lösenden Aufgaben hat Paul wenn die Prüfung 12 Aufgaben enthält ?

k-Kombination ohne Wiederholung:

Er muss 6 Aufgaben auswählen: => $\binom{12}{6} = 924$