Kombinatorik: Permutation

Permutation ohne Wiederholung: $P_{(oW)} = n!$

Permutation mit Wiederholung: $P_{(mW)} = \dfrac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_p!}$

Aufgabe 1

Wie viele mögliche Sitzanordnungen ergeben sich für 10 Kursteilnehmer in einem Kursraum mit 10 Stühlen ?

Permutation ohne Wiederholung:

n = 10 => P(oW) = 10! = 3.628.800

Wieviel Möglichkeiten gibt es, wenn von den 10 Kursteilnehmern zwei nebeneinandersitzen wollen ?

Permutationen ohne Wiederholung:

Anordnungen der 8 verbliebenen untereinander:

n = 8 => P(oW) = 8! = 40.320

Anordnungen der 2 Nebeneinandersitzenden untereinander:

n = 2 => P(oW) = 2! = 2

Anordnungen der 2 Nebeneinandersitzenden unter den 8 Verbliebenen: 9

⇨ 40.320 · 2 · 9 = 725.760

Aufgabe 2

Wie viele Wörter kann man aus den Buchstaben des Wortes EDOCERALPH bilden ?

Permutation mit Wiederholung (Buchstabe „E“ ist doppelt):

$$n = 10, n_E = 2, n_D = n_O = n_C = n_R = n_A = n_L = n_P = n_H = 1$$

$$P_{(mW)} = \frac{n!}{n_E!\cdot n_D!\cdot n_O!\cdot n_C!\cdot n_R!\cdot n_A!\cdot n_L!\cdot n_P!\cdot n_H!} = \frac{10!}{2!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!} = 1.814.400$$

Aufgabe 3

8 Harry Potter DVDs, 6 Star Wars DVDs und 4 Lethal Weapon DVDs sollen in ein Regal gestellt werden. Wie viele Anordnungsmöglichkeiten gibt es ?

Permutation ohne Wiederholung:

n = 18 => P(oW) = 18! = 6.402.373.705.728.000

Auf wie viele Arten können die DVDs aufgestellt werden wenn diese Serien jeweils zusammengestellt werden sollen ?

$3! \cdot 8! \cdot 6! \cdot 4! = 4.180.377.600$

Auf wie viele Arten können die DVDs aufgestellt werden wenn diese Serien jeweils in der richtigen Reihenfolge aufgestellt werden sollen ?

3!

Aufgabe 4

Wie viele Wörter kann man aus den Buchstaben des Wortes DARMSTADT bilden ?

Permutation mit Wiederholungen (Buchstaben „D“, „A“ und „T“ doppelt):

$$n = 9, n_D = n_A = n_T = 2,\ n_R = n_M = n_S = 1$$

$$P_{(mW)} = \frac{n!}{n_D!\cdot n_A!\cdot n_R!\cdot n_M!\cdot n_S!\cdot n_T!} = \frac{9!}{2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 2!} = 45.360$$

Aufgabe 5

4 Paare fliegen gemeinsam in den Urlaub und müssen am Flughafen einzeln durch den Metalldetektor schreiten.

Auf wie viele Arten können sie dies tun ?

Permutation ohne Wiederholung:

n = 8 => P(oW) = 8! = 40.320

Wie viele Arten bleiben übrig wenn nach „Ladies first“ alle Damen zuerst den Detektor passieren ?

$4! \cdot 4! = 576$

Wie viele Arten bleiben übrig wenn die Paare paarweise den Detektor passieren ?

$4! \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 384$

Aufgabe 6

5 Lilien-Fans, 8 Eintracht-Fans und 3 Kickers-Fans stehen im jeweiligen Vereinstrikot am Bahnsteig in einer Reihe. Wie viele mögliche Anordnungen von Fußball-Fans sind möglich wenn Fans einer Mannschaft nicht unterschieden werden können ?

Permutation mit Wiederholungen:

$$n = 16, n_{Lilien} = 5, n_{Eintracht} = 8,\ n_{Kickers} = 3$$

$$P_{(mW)} = \frac{n!}{n_{Lilien}! \cdot n_{Eintracht}! \cdot n_{Kickers}!} = \frac{16!}{5! \cdot 8! \cdot 3!} = 720.720$$

Wie viele mögliche Anordnungen ergeben sich wenn die Fans einer Mannschaft jeweils nebeneinander stehen sollen ?

3! = 6