Ganzrationale Funktionen

Symmetrieverhalten:

Achsensymmetrie: $f(-x) = f(x)$

Punktsymmetrie: $f(-x) = -f(x)$

1. Bestimme das Grenzverhalten und y-Achsenabschnitt der folgenden Funktionen

a) $f(x) = 2x^3 - x^2 + 4$

$\lim_{x\to\infty} f(x) = +\infty = \lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

b) $f(x) = -2x^5 + 4x^2 - 2$

$\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty \qquad \lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

c) $f(x) = 4x^4 - 3x - 10$

$\lim_{x\to\infty} f(x) = +\infty \qquad \lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

d) $f(x) = -3x^6 - 2x^3 + 5$

$\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty \qquad \lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

2. Untersuche das Symmetrieverhalten der folgenden Funktionen

a) $f(x) = x^5 - 3x^3 + 2x$

Nur ungerade Exponenten => Punktsymmetrie

b) $f(x) = -x^4 + x^2 - 3$

Nur gerade Exponenten => y-Achsensymmetrie

c) $f(x) = x^3 + 2x + 2$

Nur ungerade Exponenten, aber(!) Verschiebung auf der y-Achse => keine Punktsymmetrie zum Ursprung (und auch keine y-Achsensymmetrie)

d) $f(x) = -2x^6 + x^2 + 5$

Nur gerade Exponenten => y-Achsensymmetrie

3. Nullstellen

Ermittle die Nullstellen mit Hilfe der Polynomdivision und dem Hornerschema

a) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

⇨ $N_1(1|0)$
⇨ $N_2(2|0)$
⇨ $N_3(3|0)$

Ermittle die Nullstellen mit Hilfe der Polynomdivision und dem Hornerschema

b) $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 20x + 48$

⇨ $N_1(2|0)$
⇨ $N_2(4|0)$
⇨ $N_3(-3|0)$

Ermittle die Nullstellen

c) $f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$

⇨ $N_1(-3|0)$
⇨ $N_2(3|0)$
⇨ $N_3(-2|0)$
⇨ $N_4(2|0)$

d) $f(x) = x^4 - 34x^2 + 225$

⇨ $N_1(-3|0)$
⇨ $N_2(3|0)$
⇨ $N_3(-5|0)$
⇨ $N_4(5|0)$